# සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය

(1) පැ.සැ. u වූ නියත වේගයකින් උතුරු දෙසට වූ සරල රේඛීය මාර්ගයක් ඔස්සේ නැවක් ගමන් කරයි. $t = 0$ වේලාවේ දී, සැතැපුම් d දුරකින්, නැවට සාපේක්ෂ ව උතුරෙනේ නැගෙනහිරට $\theta$ වූ දිශාවකින් සතුරු සබ්මැරීනයක් දිස් වේ. සබ්මැරීනයේ උපරිම වේගය පැ.සැ. V වේ. $V < u$ සයින් $\theta$ නම් සබ්මැරීනයට නැව හමු විය නොහැකි බව දක්වන්න. u සයින් $\theta < V < u$ නම්, $t = t_1$ හා $t = t_2$ යන වේලාවන් අතර ඕනෑම අවස්ථාවක දී සබ්මැරීනයට, නැව හමුවිය හැකි බව පෙන්වා $t_1$ හා $t_2$ සොයන්න. $t_2 - t_1$ කාල අන්තරය සොයන්න. (1976)

(2) එක් නැවක් නොට් 24 ක වේගයෙන් හරි ඊසාන දිශාවට ගමන් කරන අතර දෙවැනි නැවක් නොට් 16 ක වේගයෙන් හරි වයඹ දිශාවට ගමන් කරයි. පළමුවන නැවෙහි නැවියන්ට තෙවැනි නැවක් බටහිර දිශාවට ගමන් කරන්නා සේ පෙනෙන අතර දෙවැනි නැවෙහි නැවියන්ට එය පෙනෙන්නේ අංශක $15^0$ ක් නැගෙනහිරින් උතුරු දිශාවට ගමන් කරන්නාක් මෙනි. තෙවෙනි නැවෙහි ගමන් මගත් වේගයත් සොයන්න. (1977)

(3) A, B හා C නම් ගුවන් තොටුපල තුනක් පාදය a බැගින් වූ සමපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල පිහිටා ඇත. නිසල දිනක, සුළඟක් නැති විට ගුවන් යානයකට උපරිම v වේගයකින් යාත්‍රා කළ හැක. AB දිශාවට $u\ (< v)$ වේගයකින් සුළඟක් හමන විට ABCA පථය ඔස්සේ නොනැවතී යාමට ගුවන් යානය ගන්නා අඩුම කාලය $\left[\frac{v+\sqrt{4v^2-3u^2}}{v^2-u^2}\right]$ a බව පෙන්වන්න. නිසල දිනකදී ABCA ඔස්සේ V වේගයෙන් ගමන් කිරීමට ගුවන් යානයට ඉන්ධන ලීටර N ප්‍රමාණයක් අවශ්‍ය වේ නම් ඉහත කී බඳු සුළඟක් ඇති දිනකදී අවශ්‍ය වන ඉන්ධන ප්‍රමාණය කොපමණ ද? (1978)

(4) අහස් යානයක් ඍජු ගමන් මගක් ඔස්සේ A සිට B තෙක් ද ආපසු B සිට A තෙක් ද පියාසර කරයි. නිසල කාලගුණයේ දී එහි වේගය u ද, මෙ දෙගමනට ගත වන කාලය T ද වෙයි. එක්තරා දිනයක දී සුළගේ ප්‍රවේගය AB ට $\theta$ කෝණයක් ආනත දිශාවක් ඔස්සේ v ය. A සිට එපිටහ යන ගමනේ දීත් A කරා ආපසු එන ගමනේ දීත් අහස් යානය AB ට $\sin^{-1}\left\{\frac{v}{u}\sin\theta\right\}$ කෝණයකින් ආනත දිශා ඔස්සේ යොමු කල යුතු බව සාධනය කරන්න. මේ දෙගමනට ගත වන කාලය $\frac{Tu\sqrt{(u^2-v^2\sin^2\theta}}{u^2-v^2}$ බව ද සාධනය කරන්න. අහස් යානයේ සම්පූර්ණ ගමන් මග ABCD තිරස් සමචතුරස්‍රයක් නම් ද සුළඟේ දිශාව විකර්ණවලින් එකකට සමාන්තර නම් ද වට ගමන සඳහා ගතවන මුළු කාලය සොයන්න. (1980)

(5) එක් නැවක් නොට් 36 ක වේගයෙන් දකුණු දෙසට යාත්‍රා කරයි. දෙවැනි නැවක් නොට් 24 ක වේගයෙන් නැගෙනහිර දෙසට යාත්‍රා කරයි. පළමු වැනි නැවේ නාවුක පිරිසට තුන්වැනි නැවක් ඊසාන දිශාවකට යාත්‍රා කරනු සේ පෙනෙයි. දෙවැනි නැවේ නාවුක පිරිසට මේ තුන්වැනි නැව $30^0$ ක් දකුණින්, බටහිර දිශාවකට යාත්‍රා කරන සේ පෙනෙයි. තුන්වැනි නැවේ ගමන් මාර්ගයත්, වේගයත් සොයන්න. (1980)

(6) මිනිසකුට නිසල දියෙහි u $ms^{-1}$ සතත වේගයකින් බෝට්ටුවක් පැදවිය හැක. බල්ලකුට නිසල දියෙහි v $ms^{-1}$ සතත වේගයකින් පිහිනිය හැකි ය. මිනිසාත් බල්ලාත් v $ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් සතත ලෙස ගලා යන මීටර a පළලැති ඍජු ගඟක එකම ඉවුර මත පිළිවෙලින් A,B ලක්ෂ්‍ය දෙකක සිටිති. AB හි දිග මීටර d වේ. V හි $(V < u < v)$ දිශාවෙන් AB පිහිටා ඇත. A ට කෙලින්ම ප්‍රතිවිරුද්ධ ලෙස පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයේ දී අනෙක් ඉවුර වෙත එළැඹෙන සේ මිනිසා ගඟ හරහා තම බෝට්ටුව පදවයි. A සිට C කරා යාමට ඔහුට ගත වන කාලය තත්පර $\frac{a}{\sqrt{u^2-v^2}}$ බව පෙන්වන්න. මිනිසා A හි දී තම බෝට්ටුව දියත් කරන විට බල්ලා B හි දී දියට පැන ගඟේදී මිනිසා මුණගැසෙන සේ සරල රේඛාවක් ඔස්සේ පිහිනයි. ඔවුන් A සිට $\frac{d\sqrt{u^2-V^2}}{\sqrt{v^2-u^2+V^2}-V}$ m දුරින් AC මත පිහිටි D ලක්ෂ්‍යයක දී එකෙක් අනෙකාට හමුවන්නේ මේ දුර a ට අඩු නම් බව සාධනය කරන්න. (1982)

(7) ගුවන් යානයක සංචාරක වේගය v $kmh^{-1}$ වේ. නිසල දිනයක සුළඟක් නැති විට මේ ගුවන් යානය ඉන්ධන නැවත පිරවීමක් නැතිව d km උපරිම දුරක් නොනැවතී පියාසර කිරීමට සමත්ය. සුළං හමන දිනයක u $kmh^{-1}$ වේගයකින් උතුරෙන් හමා එන සතත ඒකාකාර මද සුළඟක් ඇති විට ගුවන යානය O කඳවුරක සිට ඊට $\theta^0$ උතුරෙන් නැගෙනහිරට පිහිටි R ලක්ෂ්‍යයක් වෙතට නොනැවතී පියාසර කර ආපසු O කඳවුරට පැමිණෙයි. OR දුරට තිබිය හැකි උපරිම අගය k = u/ v වන, $\frac{d\ (1-k^2)}{2\ (1-k^2 \sin^2 \theta)^{1/2}}$ km බව පෙන්වන්න.

i) $\theta = 0$ ii) $\theta = \pi/2$ iii) $\theta = \pi$ යන එක් එක් අවස්ථාවේ දී ගුවන් යානය පිටි අතට හා ඇතුළු අතට කරන පියාසැරුම්වල දී පරිභෝජනය කෙරෙන ඉන්ධනවල අනුපාතය සොයන්න. (1983)

(8) A, B, C නැමැති ගුවන් තොටුපොළ තුනක් O නැමැති තවත් ගුවන් තොටුපොළක් වටා පිහිටා ඇත. OA = OB = OC = මීටර a සහ $A\hat{O}B = B\hat{O}C = C\hat{O}A$ වේ. නිසල දිනයක සුළඟක් නැතිවිට ගුවන් යානයකට u $ms^{-1}$ උපරිම වේගයකින් පියාසර කළ හැක. v $ms^{-1}$ (v < u) වේගයකින් OA දිශාවට සතත ඒකාකාර සුළඟක් හමා යයි නම් OAOBOCO මඟින් දක්වෙන පථය පියාසර කිරීමට යානය ගන්නා අවම කාලය, $2a\left\{u + \sqrt{(4u^2 - 3v^2)}\right\} / (u^2 - v^2)$ s බව පෙන්වන්න. (1984)

(9) i) A, B, C, D වූ කලී පාදයක දිග a වන ABCD සමචතුරස්‍රයක ශීර්ෂවල පිහිටි ගුවන් තොටුපොළ හතරකි. නිශ්චල වාතයේදී ගුවන් යානයක වේගය u වෙයි. අනවරත ඒකාකාර සුළඟක් AB දිශාවට, v (< u) වේගයෙන් හමන විට ABCDA මඟ දිගේ නොනැවතී පියාසර කිරීමට ගුවන් යානය ගන්නා කාලය සොයන්න.

ii) P, Q යනු ඒකාකාර ලෙස ගලා යන ඍජු ගඟක එකම ඉවුරේ පිහිටි තොටුපොළ දෙකකි. දුම් බෝට්ටුවක් P සිට Q තෙක් යාත්‍රා කිරීමට පැය $t_1$ ක් ද Q සිට P තෙක් යාත්‍රා කිරීමට පැය $t_2$ (> $t_1$) ක්ද ගනී. දව කඳක් P සිට Q තෙක් පාවී යාමට ගන්නා කාලය පැය $\frac{2t_1 t_2}{t_2 - t_1}$ බව පෙන්වන්න. (1986)

(10) A, B මගී අහස්යානා දෙක පිළිවෙලින් u, v (v > u $\sqrt{2}$ ) ඒකාකාර ප්‍රවේග සහිතව පොළොවේ සිට එකම උසකින් පියාසර කරයි. A අහස් යානය උතුරු දෙසට ගමන් කරයි. එක්තරා මොහොතක දී, B අහස් යානය, නැගෙනහිර දෙසින් d දුරකින් පිහිටා ඇති බවත් ගැටුම් ගමන් මගක පියාසර කරන බවත් A අහස් යානයේ වූ රේඩාර් තිරයේ දිස්විණි. B ගේ චලිතයේ දිශාව සොයන්න. ගැටුම වලක්වාලීම සඳහා A අහස් යානයේ වේගය හෝ උස හෝ වෙනස් නොකර වහාම එහි ගමන් මග වෙනස් කරනු ලැබේ. ජ්‍යාමිතික ක්‍රමයකින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ

i) A අහස් යානයට ඕනෑ ම මාර්ගයක ගමන් කළ හැකි බවත්,

ii) A හි ගමන් මග උතුරින් බටහිරට $\cos^{-1}\left[\frac{u}{v}\right]$ ක දිශාවට යොමු කළ විට A ට සාපේක්ෂ ලෙස B ගේ වේගය අඩුතම බවත්

iii) B අහස් යානය A ගෙන් හැකිතරම් ඈතින් තබා ගැනීම සඳහා A ගේ ගමන් මග දකුණින් බටහිරට $\pi - 2\cos^{-1}\left[\frac{u}{v}\right]$ කෝණයක් ඇති දිශාවකට යොමුකළ යුතු බවත් පෙන්වන්න.

ඉහත (ii), (iii) යන එක් එක් අවස්ථාවේ දී A සිට B ට ඇති කෙටිම දුර සොයන්න. (1987)

(11) යුධ නැවක් ඍජු මාර්ගයක් ඔස්සේ ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරයි. එක්තරා දිනෙක යුධ නැවට නැගෙනහිරින් d km දුරකින් සතුරු යාත්‍රාවක් දක්නා ලදී. යාත්‍රාව පැයට කිලෝමීටර v වන ඒකාකාර වේගයකින් උතුරු දෙසට ගමන් කරයි. යුධ නැවට ලබා ගත හැකි උපරිම වේගය පැයට කිලෝමීටර V ද (මෙහි $V < v$) එහි ඇති තුවක්කුවලින් වෙඩි තැබිය හැකි පරාසය කිලෝමීටර R ද වෙයි. $R < \frac{d}{v}\sqrt{v^2 - V^2}$ නම්, යාත්‍රාව අනතුරෙන් තොරව ඇති බව සාපේක්ෂ ප්‍රවේග මූලධර්මය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න. (1988)

(12) උතුරු දෙසට පැයට මුහුදු සැතපුම් 16 ක වේගයෙන් යාත්‍රා කරන A නම් යුධ නැවක කපිතාන්ට බටහිර දෙසින් මුහුදු සැතපුම් 8 ක දුරෙකින් B නම් සතුරු යාත්‍රාවක් $30^0$ ක් දකුණින් නැගෙනහිර දිශාවකට ගමන් කරන සේ පෙනේ. B හි සැබෑ ප්‍රවේගය $60^0$ ක් දකුණින් නැගෙනහිර දිශාවක් ඔස්සේය.

i) B හි සැබෑ ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය සොයන්න.
ii) A ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය සොයන්න.
iii) ඒවා එකිනෙකට ආසන්නතම අවස්ථාවේ දී B සිට A හි දිගංශය සොයන්න.
iv) A යුද නැවෙන් වෙඩි තැබිය හැකි පරාසයේ උපරිමය මුහුදු සැතපුම් 7 ක් වෙයි නම්, මිනිත්තු $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ක කාලයක් තුළ B යාත්‍රාව අනතුරුදායකව පවතින බව පෙන්වන්න. (1990)

(13) අහස්යානයක්, පැය T කාලයක ගමනක් (පියාසැරුමක්) සඳහා ප්‍රමාණවත් ඉන්ධන රැගෙන යයි. නිසල කාලගුණය තිබෙන විට එහි වේගය u $kmh^{-1}$ ය. අහස්යානයේ ගමන් (පියාසර) මඟ වෙනස් කිරීම සඳහා ගත වන්නේ නොගිණිය හැකි තරම කාලයක් යැයි උපකල්පනය කරමින් උතුරේ සිට දකුණු දිශාවට $v(< u)$ km $h^{-1}$ වේගයකින් හමන සුළඟක් ඇති විට $\theta^0$ උතුරින් නැගෙනහිර දිශාවට අහස්යානයේ ක්‍රියාත්විත පරාසය (පිටතට යාම සහ ආපසු ඒම) $R = \frac{T}{2}\frac{(u^2-v^2)}{\sqrt{(u^2-v^2\sin^2\theta)}}$ බව පෙන්වන්න. R පරාසය උපරිමයක් වන්නේ $\theta$ හි කවර අගයක් සඳහාද? උපරිම පරාසයක් ලබාගනු වස්, පිටතට පියාසැරුමේ දීත් ආපසු පියාසැරුමේ දීත් අහස්යානයක් හැසිරිවිය යුත්තේ කවර දිශාවලින්ද ? (1991)

(14) නොට් u උපරිම වේගයක් සහිත Q නම් හොර බඩු බෝට්ටුවක් A පිහිටීමේ තිබෙයි. A ට දකුණු දෙසින් නැව් සැතැප්ම a දුරකින් වූ P මුර සංචාරක බෝට්ටුවක් නොට් $v(> u)$ නියත ප්‍රවේගයකින් උතුරු දෙසට යාත්‍රා කරන බව ආරංචි විය. P හි ගමන් මඟ වෙනස් නොකළහොත්, P ගේ ගමන් මඟට හැකි තාක් ඈතින් සිටීම සඳහා Q යාත්‍රා කළ යුතු දිශාව සොයන්න. මේ අවස්ථාවේ දී ඒවා අතර කෙටිම දුර කොපමණ ද? තවත් අවස්ථාවක දී, v ප්‍රවේගයෙන් උතුරට ගමන් කරන P මුර සංචාරක බෝට්ටුව විසින්, නැව් සැතැප්ම b බටහිරින් පිහිටි Q හොර බඩු බෝට්ටුව, නොට් $\sqrt{v^2 - u^2}$ ප්‍රවේගයකින් නැගෙනහිරින් දකුණට $\cos^{-1}\left[\frac{u}{v}\right]$ කෝණයක් සාදන දිශාවට යාත්‍රා කරනු දක්නා ලදී. ඇත්ත වශයෙන්ම Q බෝට්ටුව එහි u උපරිම වේගයකින් ගමන් කරන බව පෙන්වන්න. එහි චලිතයේ දිශාව සොයන්න. දැන් Q බෝට්ටුව තම ගමන් මාර්ගය වෙනස් නො කළහොත්, එය අල්ලා ගැනීම සඳහා, බටහිරින් උතුරට $\sin^{-1}\left[\frac{u^2}{v^2}\right]$ කෝණයක් සාදන දිශාවට P බෝට්ටුව ගමන් කළ යුතු බවත් පැය $\frac{bv}{\sqrt{v^2-u^2}\left[u+\sqrt{u^2+v^2}\right]}$ කාලයකට පසු අල්ලා ගැනීම සිදු වන බවත් පෙන්වන්න. (1992)

(15) ජෙට් ගුවන් යානයකට V km $h^{-1}$ අනවරත වේගයක් ද නිසල කාලගුණයක් තිබෙන විට කිලෝමීටර $R_0$ ක්‍රියාන්විත පරාසයක්ද (යාමට හා ඒමට) ඇත. උතුරු දෙසට $W(< v)$ km $h^{-1}$ වේගයෙන් සුළඟක් හමන විට උතුරින් $\theta^0$ නැගෙනහිරට ජෙට් ගුවන් යානයේ ක්‍රියාන්විත පරාසය (යාමට හා ඒමට) කිලෝමීටර R වේ. ජෙට් ගුවන් යානයට රැගෙන යා හැක්කේ පැය T කාලයක ගමනකට පමණක් සෑහෙන ඉන්ධන ප්‍රමාණයක් යැයි උපකල්පනය කර $R = \frac{R_0}{V}\frac{(V^2-W^2)}{\sqrt{V^2-W^2\sin^2\theta}}$ බව පෙන්වා $R \leq R_0\left[1-\frac{W^2}{V^2}\right]^{1/2}$ බව ද අපෝහනය කරන්න. (1993)

(16) v km $h^{-1}$ කින් යාත්‍රා කරන P බෝට්ටුවක් A වරායෙන් පිටත් වන්නේ A ට d cosec $\alpha$ km නැගෙනහිරින් වූ B වරායෙන් පිටත් වන Q බෝට්ටුවේ සිට d km ක පරාසයක් තුළට පිවිසෙන පරිද්දෙනි. Q බෝට්ටුව $u (< v)$ km $h^{-1}$ කින් දකුණු දෙසට යාත්‍රා කරයි. පරාසය තුළට පිවිසීම සඳහා P බෝට්ටුව ගමන් කළ යුතු අන්ත්‍ය දිශා දෙක අතර කෝණය $2\alpha$ බව පෙන්වන්න. (1995)

(17) ගුවන් යානයක, නිසල වාතයේදී වේගය u km $h^{-1}$ වෙයි. පෘථිවියට සාපේක්ෂව එහි ගමන් මඟ වන්නේ පාදයක් d km දිග ABCDEFA සවිධි ෂඩස්‍රයකි. AB දිශාවට v km $h^{-1}$ $(v < u)$ ප්‍රවේගයකින් හමන සතත ඒකාකාර සුළඟක් ඇත. ෂඩස්‍රයේ පාද හය ඔස්සේ වන ගමන් සියල්ලම සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ (හැකි නම් එකම රූප සටහනක) අඳින්න. ඉංග්‍රීසි අකුරුවල අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන අතට ගමන් වාරයක් සම්පූර්ණ කිරීමට ගුවන් යානයට ගත වන මුළු කාලය, පැය $\frac{2d}{u^2-v^2}\left[u+\sqrt{4u^2-3v^2}\right]$ බව පෙන්වන්න. සුළඟට සාපේක්ෂව ගුවන් යානයේ පෙත සංවෘත වක්‍රයක් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න. (1996)

(18) අ) P හා Q නම් කුඩා වීදුරු බෝල දෙකක් පිළිවෙලින් $3i - j$ හා $ai - 3j$ ප්‍රවේග සහිතව oxy තලයේ චලනය වෙමින් පවතී. මෙහි a යනු නියතයක්ද, i, j යනු පිළිවෙලින් $\overrightarrow{OX}$ හා $\overrightarrow{Oy}$ අක්ෂ ඔස්සේ පිහිටන ඒකක දෛශික ද වේ. $t = 0$ වේලාවේ දී $A \equiv (-3,-2)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි P පිහිටන අතර $B \equiv (2,8)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි Q පිහිටයි. Q ට සාපේක්ෂව P හි පෙතෙහි සමීකරණයත් මෙම චලිතයේ දී වීදුරු බෝල දෙක අතර ඇති වන කෙටිම දුරත් සොයන්න. එනයින් Q සමඟ P ගැටීම සිදුවිට හැක්කේ $a = 2$ ම නම් පමණක් බව අපෝහනය කරන්න.

ආ) m ස්කන්ධයෙන් යුතු අංශුවක් පොළොවේ සිට සිරස් ලෙස උඩු අතට u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. අංශුවේ මුළු ශක්තිය සම්පූර්ණ චලිතය ඔස්සේම සංස්ථිතිව පවතින බව පෙන්වන්න. (1997)

(19) අ) Oxy – තලයෙහි චලනය වන අංශුවක r පිහිටුම් දෛශිකය, t කාලයේ දී, $r = (8 + 20t)\, i + (90 + 10t - 5t^2)\, j$ මඟින් දෙනු ලැබේ. මෙහි i සහ j යනු පිළිවෙලින් $\overrightarrow{ox}$ සහ $\overrightarrow{oy}$ අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික වේ. $t = T$ වන විට අංශුව, එහි ආරම්භක චලිත දිශාවට සෘජුකෝණීව චලනය වේ. T හි අගය සහ මෙම මොහොතේ දී අංශුවෙහි පිහිටීමට ආරම්භක පිහිටීමේ සිට දුර සොයන්න. t කාලයේදී, අංශුවෙහි ත්වරණයත් සොයන්න.

ආ) මෝටර් සයිකලයක් සෘජු සමතලා පාරක එක් දාරයකට සමාන්තරව V නියත ප්‍රවේගයකින් චලනය වන අතර එම දාරයේ සිට නියත a දුරක් පවත්වා ගනී. එම දාරයේ සිටි ළමයෙක් මෝටර් සයිකලයට b දුරක් ඉදිරියෙන් පාරට පියවර තබා, පාරට $\theta$ කෝණයකින් වූ U නියත ප්‍රවේගයකින් පාරෙන් අනික් පැත්තට ඇවිදගෙන යයි. මෙහි $U < V$ වේ. මෝටර් සයිකලයට සාපේක්ෂව ළමයාගේ පෙත සොයා $U > \frac{Va}{\sqrt{a^2+b^2}}$ වෙයි නම්, මෝටර් සයිකලයට ඉදිරියෙන් අනතුරක් නැතිව ළමයාට පාරෙන් මාරු විය හැකි බව පෙන්වන්න. (1999)

(20) ඇ) Oxy – තලයේ P අංශුවක් චලනය වන්නේ, t කාලයේ දී එහි ප්‍රවේගය, $V = ia\omega \sin\omega t + ja\omega \cos\omega t$ වන පරිදිය. මෙහි a, $\omega$ නියත වන අතර i, j මඟින් Ox, Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ දිගේ පිළිවෙලින් ගත් ඒකක දෛශික වෙයි. $t = 0$ වන විට අංශුව පිහිටුම් දෛශිකය 2ai සහිත ලක්ෂ්‍යයෙහි ඇත. t කාලයේදී P හි පිහිටුම් දෛශිකය r සොයා $r - ai$ නියත විශාලත්වයකින් යුතු බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් P හි පෙත හඳුන්වා දෙන්න. P අංශුව 0 වෙත පළමුවෙන් ළගාවන කාලය සොයන්න.

ආ) A සහ B අංශු දෙකක් පිළිවෙලින් $ui + vj$ සහ $-4i + 3j$ නියත ප්‍රවේග සහිතව Oxy තලයේ චලනය වෙයි. A ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගය සොයන්න. කාලය $t = 0$ වන විට A අංශුව O මූලයේද, B අංශුව 10 i පිහිටුම් දෛශිකය සහිත ලක්ෂ්‍යයේ ද ඇත. පසුව අංශු එකිනෙක ගැටේ.

i) v හි අගයත් A හි අඩුතම වේගයත් සොයන්න.

ii) $t = 2$ වන විට ගැටීම සිදුවෙයි නම් **u** හි අගය සොයන්න. (2000)

(21) පළල d වූ සෘජු ගඟක ජලය ඒකාකාර u වේගයෙන් ගලා යයි. ජලයට සාපේක්ෂව v වේගයකින් පිහිනීමට හැකි මිනිසෙක් ගං ඉවුරට ලම්බව ගඟ හරහා චලනය වන පරිදි පිහිනයි. ගඟ තරණය කිරීමට මිනිසා ගන්නා T කාලය සොයන්න. එම මිනිසාට d දුරක් ඉවුරට සමාන්තරව උඩුගං බලා පිහිනා ආපසු ආරම්භක ස්ථානයට පිහිනීමට ගතවන කාලය $\frac{2VT}{\sqrt{v^2-u^2}}$ බව පෙන්වන්න. $u > v$ විය යුත්තේ ඇයි ? (2000)

(22) වේගය u $kmh^{-1}$ වූ මෝටර් බෝට්ටුවකට නියත v (< u) km $h^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් වයඹ දිශාවට ගමන් කරන නැවක් ඇල්ලීමට අවශ්‍ය ව ඇත. ආරම්භයේ දී නැව මෝටර් බෝට්ටුවෙන් d km උතුරෙන් දිස් වේ. ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ නැව ඇල්ලීම සඳහා මෝටර් බෝට්ටුවට චලනය විය යුතු දිශාව සොයන්න. නැව ඇල්ලීම සිදුවන්නේ පැය $\frac{\sqrt{2}d[\sqrt{2u^2-v^2}+v]}{2(u^2-v^2)}$ කාලයකට පසුව බව පෙන්වන්න. (2001)

(23) මෝටර් සයිකල් කරුවෙක් සරල රේඛීය සමතලා පාරක නියත V වේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට සයිකලය පදවන විට, නියත ප්‍රවේගයෙන් හමන සුළඟක් දකුණු දිශාවේ සිට හමන්නාක් සේ පෙනෙයි. සයිකල් කරුවා ඔහුගේ ගමන් දිශාව වෙනස් නොකර වේගය දෙගුණ කළ විට සුළඟ ගිණිකොන දිශාවේ සිට හමන්නාක් සේ පෙනෙයි. මෙම අවස්ථා දෙක සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ සුළඟේ නියම ප්‍රවේගය විශාලත්වයෙන් හා දිශාවෙන් සොයන්න. (2002)

(24) උතුරු දිශාවට ඒකාකාර V ප්‍රවේගයකින් යාත්‍රා කරන A නැවකට, උතුරෙන් නැගෙනහිරට අංශක $\alpha$ කෝණයකින් යොමු වූ දිශාවෙන් තමා දෙසට එළැඹෙන B කුඩා දුම් නැවක් දිස් වේ. එම මොහොතේ ම A නැවට, දකුණෙන් බටහිරට අංශක $\alpha$ කෝණයකින් යොමු වූ දිශාවෙන් තමා දෙසට එළැඹෙන වෙනත් C දුම් නැවක් ද දිස් වේ. B හා C එක් එක් නැව නිශ්චල ජලයේ U ඒකාකාර වේගයෙන් චලනය වන අතර B නැව දකුණෙන් බටහිරට අංශක $\phi$ කෝණයක් සාදන දිශාවටද පදවනු ලැබේ. $0^0 < \theta < \alpha < \phi < 90^0$ නම්, A සහ B සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයද A සහ C සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයද එකම රූප සටහනක අඳින්න. එම රූප සටහන භාවිතයෙන්,

i) $\dfrac{U}{\sin\alpha} = \dfrac{V}{\sin(\alpha-\theta)} = \dfrac{V}{\sin(\phi-\alpha)}$ බව ද

ii) C ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය $2\sqrt{U^2 - V^2\sin^2\alpha}$ බව ද පෙන්වන්න. (2003)

(25) පළල w වූ මෝටර් කාරයක් සෘජු පාරක් දිගේ පදික වේදිකාවේ ගැවී නොගැවී එයට සමාන්තර ව ඒකාකාරව චලනය වෙයි. කාරයට $l$ දුරක් ඉදිරියෙන් පදික වේදිකාවේ අයිනේ වූ පයින් යන මගියෙක් පාර හරහා යාම සඳහා ඒකාකාරව ගමන් කිරීමට පටන් ගනියි. පාරට සාපේක්ෂව, කාරයේ වේගය v හා මගියාගේ වේගය u නම්, $u > v \sin\alpha$ වෙතොත් මගියාට කාරය ඉදිරියෙන් ආරක්ෂාකාරීව පාර හරහා මාරුවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $\alpha = \tan^{-1}\left[\frac{w}{l}\right]$ වේ. $u = v\sin\alpha$ නම්, පාරට සාපේක්ෂව කාරයේ චලිතයේ දිශාව සමඟ $\frac{\pi}{2} - \alpha$ කෝණයක් සාදන දිශාවක් දිගේ පාරට සාපේක්ෂව ඇවිදීමෙන් මගියාට යම්තමින් කාරයට ඉදිරියෙන් පාර හරහා මාරු විය හැකි බව පෙන්වන්න. (2004)

(26) නැවක් නැගෙනහිර දිශාවට සහ උතුරු දිශාවට පිළිවෙලින් ජලයට සාපේක්ෂව u හා v සංරචක සහිතව ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් යාත්‍රා කරයි. නැව, සබ්මැරීනයකට d දුරක් උතුරින් ඇති විට නැව විනාශ කිරීමේ අරමුණින් ටෝර්පිඩෝව සබ්මැරීනයෙන් පත්තු කෙරෙයි. ටෝර්පිඩෝව ජලයට සාපේක්ෂව w ප්‍රවේගයෙන් ඒකාකාරව චලනය වන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින් ටෝර්පිඩෝව නැව සමඟ ගැටෙයි නම් එවිට $w > u$ බව පෙන්වා ටෝර්පිඩෝව සබ්මැරීනයේ සිට නැව වෙතට චලනය වීමට ගන්නා කාලය සොයන්න. (2005)

(27) එකිනෙකට මීටර් d දුරකින් වූ සෘජු සමාන්තර ඉවුරු දෙකක් සහිත ගඟක ජලය නියත U $ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් ගලයි. ජලයට සාපේක්ෂව 2U $ms^{-1}$ වේගයකින් චලනය වන බෝට්ටුවකට සෘජු ගමන් මගක් ඔස්සේ එක ඉවුරක A ලක්ෂ්‍යයක සිට අනෙක් ඉවුරේ B ලක්ෂ්‍යයක් වෙත ගොස් ආපසු A වෙත පැමිණීමට අවශ්‍ය වෙයි. උඩු ගං දිශාව සමඟ $\overrightarrow{AB}$ එක්තරා $\alpha$ සුළු කෝණයක් සාදන අතර A සිට B දක්වා ගමනට ගතවන කාලය B සිට A දක්වා ගමනට ගතවන කාලය මෙන් දෙගුණයක් වෙයි. A සිට B වෙත ගමන සහ ආපසු ගමන සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ,

i) $\sin\alpha = \sqrt{\frac{5}{8}}$ බව ද

ii) A සිට B වෙත ගමනේදී ඉවුරුවලට සාපේක්ෂ බෝට්ටුවේ ප්‍රවේගයෙහි විශාලත්වය $U\sqrt{\frac{3}{2}}$ බව ද පෙන්වන්න. බෝට්ටුව ගමන් දෙකටම ගන්නා මුළු කාලය අපෝහනය කරන්න. (2006)

(28) මෝටර් බෝට්ටුවක් U $kmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දිශාවට ගමන් කරන නැවක් දකියි. දකින මොහොතේ දී පිළිවෙලින් නැගෙනහිර සහ උතුරු දිශාවලට වූ Ox, Oy කාටීසිය අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් නැවෙහි ඛණ්ඩාංක (6d, 2d) වෙයි ; මෙහි O මූලය බෝට්ටුවෙහි ගනු ලබන අතර දුර කිලෝමීටරවලින් මනිනු ලැබෙයි. බෝට්ටුව නැව හමුවීම සඳහා ක්ෂණිකව නැගෙනහිරින් උතුරට $\alpha$ සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවට V $kmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කිරීම අරඹයි. $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ බව දී ඇත්නම් නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවෙහි පෙත අඳින්න. ඒ නයින්, U ඇසුරෙන් V හි අගය සොයා හමුවීමට ගතවන කාලය පැය $\frac{5d}{2U}$ බව පෙන්වන්න. (2007)

(29) සුළඟට සාපේක්ෂව වේගය V $kmh^{-1}$ වන හෙලිකොප්ටරයක් පාදයක දිග a km වූ ABCD සමචතුරස්‍ර ගුවන් පෙතක අකුරු පිළිවෙල මගින් දැක්වෙන අතට පියාසර කරයි. AB පාදය සමඟ $\theta$ සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවකට ඒකාකාර w (< v) $kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් සුළඟක් හමයි. පෙතෙහි ශීර්ෂ වටා හැරීමේ දී කාලය අපතේ නොයන බව උපකල්පනය කර ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ A සිට B දක්වා ගතවන කාලයේත් C සිට D දක්වා ගතවන කාලයේත් එකතුව පැය $\frac{2a\sqrt{v^2-w^2\sin^2\theta}}{(v^2-w^2)}$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, පූර්ණ පෙත සඳහා ගන්නා මුළු කාලය T සොයා T උපරිමයක් වන $\theta$ හි අගය සොයන්න. (2007)

(30) u $kmh^{-1}$ වේගයෙන් ගමන් කරන සබ්මැරීනයක් දකුණින් $30^0$ ක් බටහිර දිශාවට d km දුරකින් මුහුදේ වූ නැවක් දකියි. එම නැව v $kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් උතුරට ගමන් කරමින් තිබෙයි. මෙහි u < v < 2u වේ. නැවට සාපේක්ෂව සබ්මැරීනයේ චලිතය සැලකීමෙන් නැව අල්ලා ගැනීම සඳහා සබ්මැරීනය දිශා දෙකකින් එකක් ඔස්සේ ගමන් කළයුතු බව පෙන්වා, එම දිශා දෙක අතර කෝණය සොයන්න. ඒවාට අනුරූප කාල, පැය $\frac{d\sqrt{4u^2-v^2}}{v^2-u^2}$ කින් වෙනස්වන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න. (2009)

(31) මිනිසකුට නිශ්චල ජලයේ u වේගයෙන් පිහිනිය හැකි ය. d පළලින් යුත් ගඟක් පොළොවට සාපේක්ෂව v (< u) වේගයෙන් ගලා බසී. ගඟෙහි එක් ඉවුරක් මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයක මිනිසා සිටින අතර ඔහු ගඟෙහි අනෙක් ඉවුර මත ගඟ ගලන දිශාවට විරුද්ධ දිශාවෙහි පිහිටි Q ලක්ෂ්‍යයකට පිහිනා ආපසු P ලක්ෂ්‍ය වෙත පිහිනීමට බලාපොරොත්තු වෙයි. ඉවුරු ඍජු හා එකිනෙකට සමාන්තර ද PQ ගඟ ගලන දිශාවට විරුද්ධ දිශාව සමඟ $\alpha$ $(0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2})$ කෝණයක් සාදයිද නම්, සාපේක්ෂ ප්‍රවේගවල ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම රූප සටහනක ඇඳීමෙන් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් හෝ Q ලක්ෂ්‍යයට පිහිනා ආපසු P ලක්ෂ්‍යයට පිහිනීමට මිනිසාට ගතවන කාලය $\frac{2d\sqrt{u^2\operatorname{cosec}^2\alpha-v^2}}{u^2-v^2}$ බව පෙන්වන්න.

i) Qලක්ෂ්‍ය P ලක්ෂ්‍යයේ සිට ගඟ ගලන දිශාවේද PQ ගඟ ගලන දිශාව සමඟ $\alpha$ $(0<\alpha \leq \frac{\pi}{2})$ කෝණයක් සාදයිද නම්, ගන්නා ලද මුළු කාලයෙහි වෙනසක් සිදු නොවන බව

ii) මුළු කාලය අවම වන්නේ P ලක්ෂ්‍යයට ඍජු ලෙස ඉදිරිපසින් අනෙක් ඉවුර මත Qලක්ෂ්‍ය පිහිටන විට බව අපෝහනය කරන්න. (2010)

(32) පහන් කණු තුනක ඉහළම ලක්ෂ්‍ය වන A, B හා C තිරස් තලයක වූ පාදයක දිග a වන සමපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල පිහිටා ඇත. සුළඟක් සතත u වේගයෙන් $\overrightarrow{AC}$ හි දිශාවට හමා යයි. සුළඟට සාපේක්ෂව v (> u) වේගයක් ඇති කුරුල්ලෙක් AB දිගේ A සිට B දක්වා ද BC දිගේ B සිට C දක්වාද පියාඹයි. ගමනේ කොටස් දෙක සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේගවල ත්‍රිකෝණ **එකම රූප සටහනක** අඳින්න. ඒනයින්, A සිට C දක්වා B හරහා වූ ගමන සඳහා ගතවන මුළු කාලය $\frac{4a}{u+\sqrt{4v^2-3u^2}}$ බව පෙන්වන්න. (2011)

(33) දකුණු දිශාවට සෘජු මාර්ගයක් දිගේ u $kmh^{-1}$ වේගයෙන් දුවන පිරිමි ළමයෙකුට සුළඟක් බටහිර දිශාවට හමා යනු දැනේ. උතුරු දිශාවට සෘජු මාර්ගයක් දිගේ එම වේගයෙන්ම ඔහු දුවන විට ඔහුට සුළඟ නිරිත දිශාවට හමා යනු දැනේ. සුළඟේ චලිත සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේගවලින් ත්‍රිකෝණ **එකම රූප සටහනක** අඳින්න. ඒ නයින්, සුළඟේ සත්‍ය වේගය හා දිශාව සොයන්න. (2012)

(34) පළල b වූ වෑන් රථයක් ඒකාකාර u ප්‍රවේගයෙන් සෘජු පාරක් දිගේ පදික වේදිකාවට සමාන්තරව එහි ගෑවී නොගෑවී ගමන් කරයි. පිරිමි ළමයෙක් වෑන් රථයට d දුරක් ඉදිරියෙන් පදික වේදිකාවේ සිට පාරට බැස වෑන් රථයේ චලිත දිශාව සමඟ $\boldsymbol{\alpha}$ සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවට v (u < sec $\boldsymbol{\alpha}$) ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ඇවිද යයි. ළමයා වෑන් රථයෙහි නොහැපී යන්තමින් බේරෙයි නම්, bu= (bcos $\boldsymbol{\alpha}$ + dsin $\boldsymbol{\alpha}$) v බව පෙන්වන්න. (2013)

(35) සෘජු සමාන්තර ඉවුරු සහිත ගඟක් u ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ගලා බසී. A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙක එකක් එක් ඉවුරක ද, අනෙක අනෙක් ඉවුරේ ද පිහිටා ඇත්තේ $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ යන්න u සමග $\alpha$ සුළු කෝණයක් සාදන පරිදි ය. පිරිමි ළමයෙක් A වලින් ආරම්භ කර, ජලයට සාපේක්ෂව අචල දිශාවකට විශාලත්වය 2u වූ නියත ප්‍රවේගයකින් පිහිනමින්, B වෙත ළඟා වෙයි. මෙහි $u = |\mathbf{u}|$ වේ. ඔහු ඉන්පසු, B වලින් ආරම්භ කර A වෙත ආපසු පැමිණෙන පරිදි ජලයට සාපේක්ෂව අචල දිශාවකට එම 2u විශාලත්වය ම සහිත ප්‍රවේගයකින් පිහිනයි. A සිට B දක්වා චලිතය සඳහා ද B සිට A දක්වා චලිතය සඳහා ද ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න.
ඒ නයින්, A සිට B දක්වා චලිතය සඳහා ද B සිට A දක්වා චලිතය සඳහා ද ජලයට සාපේක්ෂව ඔහුගේ ප්‍රවේගය පිළිවෙළින් $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ හා $\overrightarrow{\mathbf{BA}}$ සමග එකම $\theta$ කෝණයකින් සෑදිය යුතු බව පෙන්වන්න. මෙහි $\sin\theta = \frac{1}{2}\sin\alpha$ වේ.

B සිට A දක්වා පිහිනීමට ගත් කාලය, A සිට B දක්වා පිහිනීමට ගත් කාලය මෙන් k $(1 < k < 3)$ ගුණයක් නම්, $\cos = \frac{1}{2}\, s\left[\frac{k+1}{k-1}\right]\cos\alpha$ බව පෙන්වන්න.

$\sin\theta$ හා $\cos\theta$ සඳහා වූ ඉහත ප්‍රකාශන භාවිතයෙන් $\cos\alpha = \frac{(k-1)}{2}\sqrt{\frac{3}{k}}$ බව ද පෙන්වන්න. (2014)

(36) S නැවක්, u ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරු දිශාවට යාත්‍රා කරයි. එහි සරල රේඛීය පෙත P වරායක සිට නැගෙනහිර පැත්තට p ලම්බ දුරකින් පිහිටා ඇත. එක්තරා මොහොතක දී $\overrightarrow{PS}$ හි දිශාව නැගෙනහිරින් දකුණට 45° කෝණයක් සාදන විට දී ම, S නැව හමුවීම සඳහා $B_1$ හා $B_2$ සැපයුම් බෝට්ටු දෙකක් P වරායේ සිට වෙනස් දිශා දෙකකට $v\left(\frac{u}{\sqrt{2}} < v < u\right)$ ඒකාකාර වේගයෙන් එකවිට ගමන් අරඹයි. මෙම බෝට්ටු පිළිවෙළින් $T_1$ හා $T_2\ (>T_1)$ කාලවල දී S නැවට ළඟා වේ. $\frac{v}{u} = \sqrt{\frac{2}{3}}$ බව තවදුරටත් දී ඇත්නම්, S නැවට සාපේක්ෂව $B_1$ හා $B_2$ බෝට්ටුවල චලිත සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි දළ සටහන් එකම රූපයක ඇඳ, P වරායේ සිට S නැව වෙත ගමන් කිරීමේ දී $B_1$ හා $B_2$ බෝට්ටුවල නියම චලිත දිශා සොයන්න.
තවදුරටත් $T_2 - T_1 = \frac{2\sqrt{3}p}{u}$ බව පෙන්වන්න. (2015)